

# 師資培育生之小數除法概念及其相關教學知識的 現況探究

\*吳亭頤 \*\*謝閻如

## 摘要

本研究旨在探討師資培育生對於小數除法及小數除法教學之相關知識的瞭解，主要目的有三：(一)分析師資培育生的小數除法概念，(二)探討師資培育生對於國小學生在小數除法學習的瞭解情形，(三)調查師資培育生在小數除法的教學知識理解情形。本研究採問卷調查法，以自編問卷試題進行資料蒐集，研究對象為全國五所教育大學462位四年級師資培育生，主要研究發現有：

- 一、師資培育生對於餘數為一位小數的問題多能成功解題。在除法直式運算過程中，部分師資培育生不瞭解被除數與除數進行相同的單位量轉換後，商不變，但餘數會隨之改變的現象；甚至認為移動小數點之目的只為方便計算，而不瞭解其數學意義。
- 二、多數師資培育生較能瞭解學生的小數除法學習發展情形，但仍有少數師資培育生無法明確指出學生解題過程中的錯誤，或不清楚進行小數除法運算時，學生普遍會遇到的困難。
- 三、多數師資培育生在安排小數教學序列時，忽略相關概念之先後順序及學生的學習發展程序；部分師資培育生採取以口訣或算則方式進行教學。
- 四、師資培育生在開放式問題的填答意願低，答題情形亦不甚理想；部分師資培育生描述其想法及教法時，出現表達不完整、以簡略字詞敘述，或以程序性知識回答的情況。

關鍵詞：小數除法、師資培育生、教學知識

---

\*吳亭頤，臺中市大甲區德化國民小學教師

\*\*謝閻如，國立臺中教育大學數學教育學系助理教授（本文通訊作者）

電子信箱：khsieh@mail.ntcu.edu.tw

來稿日期：2012年9月26日；修訂日期：2013年4月2日；採用日期：2013年5月3日

# An Investigation on Preservice Teachers' Concepts and Pedagogy Knowledge of Decimal Division

\* Wu, Ting-Yi \*\* Hsieh, Kai-Ju

## Abstract

This purpose of this research was to investigate the preservice teachers' understanding regarding decimal division and the related pedagogy knowledge. There were three goals for this research: (1) to explore the preservice teachers' concept of decimal division; (2) to examine the preservice teachers' awareness of the current decimal division learning performance in elementary schools; (3) to investigate the preservice teachers' knowledge on teaching decimal division. The participants were 462 seniors who enrolled in teacher preparation programs from 5 universities of education. Data were collected via self-constructed questionnaires and tests. The main findings were as the follows:

1. Most participants had no problem solving long division problems with 1-digit remainder. However, some participants did not understand the reason why the quotient was the same but the remainder changed accordingly when the dividend and the divisor were converted to a new unit during the long division procedure. Some participants even thought that moving the decimal point during the procedure was for easier calculation.
2. Most of the participants had clear images regarding students' development of decimal division. However, some participants could not identify students' mistakes, and/or the difficulties students may encounter while solving decimal division problems.
3. Most participants ignored the learning sequences of decimal division when they were asked to design learning activities. Some participants only taught by mnemonics or algorithm.
4. The answering rate and the passing rate of opening questions were both low. Some participants gave incomplete, abbreviated descriptions, and/or procedural knowledge when they were asked to describe their thinking and/or teaching instructions.

**Keywords:** decimal division, preservice teacher, pedagogy knowledge

---

\*Wu, Ting-Yi Teacher, Taichung Der Whau Elementary School, Taichung City

\*\*Hsieh, Kai-Ju Assistant Professor, Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education (Corresponding author)

E-mail : khsieh@mail.ntcu.edu.tw

Manuscript received: September 26, 2012; Modified: April 2, 2013; Accepted: May 3, 2013

## 壹、緒論

生活中經常使用的電器用品，例如冷氣機、微波爐等，通常以小數表示溫度或時間；計算器的運算結果，例如除法是以小數呈現（教育部，2001）；長度、重量、容量等測量單位都可以用小數來表示；甚至是市面上的投資工具，例如儲蓄、基金及股票等，其利息或漲跌幅度也是透過小數傳達相關的訊息；日常生活中所觀察或使用小數的機會愈來愈多，且愈來愈重要。

國小數學教材中，「小數」的課程內容分布在三至六年級，不僅延續整數的位值概念，亦由分數的意義引入，強調小數概念的獲得，但是學生在小數學習上卻常常遇到困難；例如，學生容易以整數或分數概念來處理小數（劉曼麗，2006），小數乘除運算單位混淆使用（朱欣傑，2009）等迷思概念。在學習過程中若產生迷思概念，往往對學生數學認知有持續性的錯誤，尤其在小數除法部分感到更為困擾，如存在「乘變大，除變小」的想法。學生在學習中產生迷思概念的原因，部分來自於教師教學的過程（劉伍貞，1996），教師的教學是學生的學習成就優劣的關鍵，若其缺乏數學教學相關知識，則會影響教學品質；再者，數學是國小重要學科，其師資培育養成之重要性不容小覷。

師資培育是教育成功的基石（楊朝祥，2002），教師素質的良窳亦是教育成功之關鍵。我國 1994 年通過《師資培育法》後，大幅改變原有的師範教育制度，一般公私立大學只要符合國小教育學程設立標準，即可培育小學師資。綜觀現今的小學師資培育制度，師資培育生修滿 40 個教育學分，便可進入小學教育實習。然而，在數學教育相關

課程只有「普通數學」及「國民小學數學教材教法」兩科，遂師資培育生之數學教學專業知能是否足夠，為一值得深入探討的議題。根據台灣數學師資培育跨國研究（Taiwan Teacher Education and Development Study in Mathematics[Taiwan TEDS-M 2008], 2010）初步調查結果指出，我國師資培育生的數學成績、數學教學知識成績在十五個參與國家中分別排名第一及第二，但是結果亦發現受調查者成績落差大，即目前我國師資培育生的數學與數學教學知識之水準參差不齊，且修習數學教育科目的機會排名第十三名，明顯落後其他參與國。

小學數學師資培育在過去許多研究中顯示，師資培育生及在職教師的數學教學專業知能表現不甚理想（呂玉琴，1998；張英傑，1990；劉好，1991；鍾靜、譚寧君，1991；Thipkong, 1988），且數理科系學生的數學知識能力普遍優於非數理科系學生（林福來、黃敏晃、呂玉琴，1992；劉曼麗，2000；簡紅珠，1996）。鍾靜與譚寧君（1991）探討改制為師範學院第一屆畢業生之數學能力，發現少數師資培育生在算術與統計圖表方面較弱，數學能力以機械性運算居多且缺乏推理思考的訓練。許秀玉（2002）分析師資培育生的分數教學相關知識，結果顯示多數師資培育生能瞭解分數的基本意義，四則運算卻使用背公式的解題技巧；部分師資培育生能將分數教學序列與課程安排序列相一致，在教學方法、布題能力的表現則有待加強；多數師資培育生能依據分數問題情境，判斷學生概念發展的順序，但較無法察覺學生的解題策略。林業泰（2003）研究教師對學生分數概念的瞭解狀況，指出有教師高估學生學習表現的情形，亦發現教師若存有錯誤的數學知識，可能會認為學生的錯誤答案

是正確的。劉曼麗（2000）發現師資培育生對於整數的加減運算多能成功解題，卻無法清楚表達小數的基本概念與意義，特別是餘數為小數的除法性質。Graeber、Tirosh 與 Glover（1989）探討除數大於被除數的問題情境時，發現部分師資培育生雖能正確計算，卻受到整數除法的影響致使其認為除數應比被除數小，且存在「結果變大就使用乘法，結果變小就使用除法」的迷思觀念。在數學教學知識不足的情況下，一旦進入教學現場，雖能正確的使用小數除法計算，卻很難解釋計算背後的意義（Ball, 1990; Tirosh & Graeber, 1990）；Graeber 等人（1989）認為未來教學中，若實習教師本身概念不正確，會把這些錯誤概念教給學生。經由上述發現，各研究針對師資培育生在各數學知識領域的表現，在學生數學學習認知的狀況或解題情形能否瞭解等方面皆提出需要加強之處，亦指出教師若存在不正確的數學概念，可能難以判斷學生的學習表現。

數學師資培育課程的修習應會影響師資培育生的數學教學專業，教師擁有的數學教學知識亦可能影響學生的數學學習成效；儘管師資培育生的數學教學能力漸受重視，但其與國小學生數學學習認知等相關影響、研究並未蓬勃發展。另外小數概念在學生學習歷程中產生的困擾亦延伸至國中階段，甚至是大學，雖然具有小數除法運算能力卻對其數學意義不甚理解；由於師資培育生的數學教學知識來源或為個人學習經驗，或為師資培育之數學領域課程，然而個人學習經驗為師資培育者無法控制且無法逆轉，故僅能從師資培育的數學領域課程著手。若師資培育生的小數概念不甚完備，未來進入教學現場極可能誤導學生而不自知，故本研究目的探討師資培育生在小數除法教學之相關知

識較為不足的概念與理解情形，不討論大多數師資培育生皆已具備之小數除法數學概念或教學相關知識，期望研究結果為未來的數學師資培育課程提供實證資料。本研究目的為：

- 一、分析師資培育生的小數除法概念。
- 二、探討師資培育生對於國小學生在小數除法學習的瞭解情形。
- 三、調查師資培育生在小數除法的教學知識理解情形。

## 貳、文獻探討

### 一、數學教學專業知能

#### （一）師資培育生與在職教師數概念的現況探討

我國小學採包班制，除少數科任教師外，多數在職教師均有機會擔任教授國小數學課程，但在師資培育機構的課程中針對國小重要學科「數學」，相關的教育學程課程不多，又因多數師資培育機構將其列為選修學分，部分師資培育生可能沒有機會選修數學或數學教育相關科目。以全國五所教育大學 98 學年度入學者為例，修讀普通數學及國民小學數學教材教法等國小教育學程之數學教育相關課程，僅國立臺北教育大學、國立新竹教育大學（數學教材教法）及國立臺中教育大學（普通數學、數學教材教法）列為必修。由此可知，數學師資培育的現況，可能成為未來我國數學教育的一大隱憂。

林福來等人（1992）研究師院新生的初等數學能力，發現數理教育系新生在數學知識的整體表現優於初等教育系新生。簡紅珠（1996）探討 30 名大學四年級師院生的小學數學學科知識，發現數理教育系學生在「數」領域的答題表現優於非數理教育系的

學生。呂玉琴（1998）研究國立臺北師範學院國小教師暑期學士班的136位在職教師對分數教學相關知識的瞭解，發現在職教師在數學及其教材教法的知識、學生數學學習的知識兩部分的知識皆佳者占7.4%，只有數學及其教材教法知識佳者占16.9%，只有學生數學學習知識佳者占26.5%；整體而言，75.7%的教師之分數教學相關知識有待加強。

有關教師在數學概念的研究方面，Ubuz 與 Yayan（2010）探討63位小學教師在小數領域的學科內容知識，如小數的稠密性、小數的加減運算等共18個部分。結果顯示教師的答題表現分布在3至18分之間，平均分數為12分，而教師在小數概念所面臨到的困難與國小學生、師資培育生所面臨的困難相似，並發現教師之數學學科知識與教學豐富或教學多年的經歷較無相關。

「數概念」對於師資培育生與在職教師來說，可以由從小到大的數學學習經驗獲得，但是上述研究（呂玉琴，1998；Ubuz & Yayan, 2010）卻指出師資培育生及在職教師的數學知識與國小學生遭遇到同樣的困難，甚至存在錯誤概念；亦有部分學者（林福來等人，1992；簡紅珠，1996）分析數理相關科系的師資培育生，其答題表現較優於非數理相關科系的師資培育生。因此由數概念之研究現況中得知，國內外學者皆重視教師的數學知識表現且認為教師的職前訓練十分重要。

## （二）數學教師的教學知識及其相關研究

Fennema 與 Franke（1992）認為數學教師不僅應掌握學生目前的數學學習內容，還應瞭解學生未來可能學習的數學學習內容，只有對數學教材全盤的透徹，教師始能建構自己的教學方法，進而幫助學生學習數學。Boero、Dapuzeto 與 Parenti（1996）則認為數

學教師的教學會影響學生的數學認知思考。美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1990），Cochran、DeRuiter 與 King（1993），林碧珍（2001）以及劉曼麗（2006）等皆主張數學教師知識應具備數學內容的知識（knowledge of mathematics）、對學習者數學認知的知識（knowledge of learners' cognitions in mathematics）、以及數學教學的知識（knowledge of mathematics teaching）等專業知能；而此類專業知能是教師數學教學專業發展的重要成份（李源順、林福來，2000），並且逐年受到重視。

國小學生在數學學習的興趣及數學成就的表現，大部分來自教師之教學模式。除了探討學生在某數學單元的學習情形或相關概念等，近年來亦針對師資培育生與在職教師的數學教學知識進行研究，如黃幸美（2002）研究數學教師的數學教學相關知識，黃一峰（2004）探討數學師資培育的歷程及其影響，李靜雯（2004）調查不同師資培育機構的師資培育生在分數教學知識的差異，陳怡方（2010）依據教師教學年資多寡探討其在數學知識、對學習者數學認知的知識及教學知識是否有差異，Azim（1995）以及 Tirosh 與 Graeber（1990）則透過數學專業課程教學改善師資培育生的錯誤概念。

## 二、小數的數概念及常見迷思概念

### （一）小數的數概念

國小數學課程中的小數知識，其意義可從兩層面著手：一是分數層面的部分與全體關係（Kieren, 1988），二是整數層面的多單位記數系統（甯自強，1997）和位值概念，意即小數的意義是由分數與整數概念之延伸與統整所建立起來的。從分數的意義來看，

當一個單位量被等分成十份、百份、千份...時，其中的幾份可以小數記之，例如小數  $0.abc$  為分數  $\frac{abc}{1000}$  的另一種記法，記錄千分之幾的分量。從十進位制記數系統來看，小數的記數系統承襲了整數的十進位結構與記數規則，亦是以 0~9 十個數字配合位值概念來記錄，例如小數  $a.bcd$  表示為  $a$  個 1、 $b$  個 0.1、 $c$  個 0.01 和  $d$  個 0.001 的總合，即「 $abcd=a \times 1 + b \times 0.1 + c \times 0.01 + d \times 0.001$ 」， $b$  所在的位置稱為十分位，記錄「0.1」的個數， $c$  所在的位置稱為百分位，記錄「0.01」的個數， $d$  所在的位置稱為千分位，記錄「0.001」的個數（教育部，2001）。

從學習的角度來看，Hiebert (1992) 將小數知識分成三種：(1) 符號系統知識 (knowledge of the notation)：用符號表示小數，如 3.08 是小數，3.0.8 及  $\frac{38}{100}$  皆不是小數。(2) 運算規則知識 (knowledge of the symbol rules)：操作小數運算規則以產生正確答案的知識，例如小數加減要對齊小數點。(3) 數量表示知識 (knowledge of quantities)：瞭解小數所代表的數量可以單位 (units)、十分單位 (tenths) 等測量，如 0.3 杯水大約是這一杯中裝多少水的量。然而 Hiebert 發現學生在三種小數知識的連結並不佳，如學生可能知道小數的記法卻不瞭解其意義，會利用紙筆計算卻不會解釋計算的理由...等，因此 Hiebert 非常強調「連結」的觀念。

「數概念」及「運算」是學生學習小數知識的重點。綜合上述學者的觀點，小數的意義是由分數與整數發展而來，符號的標記亦源自位值概念；小數基本意義的知識若正確建立，其運算的學習可能較易掌握與理解，意即在教學時強調小數意義與小數運算間的連結之重要性，如此會減少錯誤概念的產

生。

## (二) 小數迷思概念

國小學生在正式學習小數前已具備整數、分數的概念與運算，並且利用相關概念回答教師授課的內容，若學生的概念與數學本質意義、教師的教學內容或專家的觀點不同時即可能產生錯誤概念，亦稱之為迷思概念 (misconception)。

學生受到舊經驗—整數概念的影響，在讀小數時會將小數點後的數字讀成整數 (林麗雲、姚如芬, 2002; Frobisher et al., 2002)，如 0.21 讀成零點二十一；引入小數數詞序列時，遇到進位則容易類比整數，如 0.9 之後就是 0.10 (林麗雲、姚如芬, 2002; 楊德清, 2000; Frobisher et al., 2002)；在數線上點數刻度線或標示小數點時，會從 0 開始數起或不清楚兩小格之間的單位 (劉曼麗、楊明樺, 2009; Thipkong, 1988; Wearne & Hiebert, 1986)，如 2 和 3 之間分成十小格，卻將每一小格間隔 0.1 當作 1，或是將 0.1 當作 0.01，更有學生忽略參考點「2」，將其當作原點「0」 (劉曼麗、楊明樺, 2009)。

由於學生不熟練度量衡單位的換算或未能掌握等分割概念，將大單位當成整數部分、小單位當成小數部分，例如「1 公尺 5 公分 = 1.5 公尺」；另外將小數點前的數字當作大單位，小數點後的數字當作小單位，例如「50.4 公升 = 50 公升又 4 毫升」或「50.4 公升 = 50 公升又 0.4 毫升」 (郭孟儒, 2002; 劉曼麗, 2001; 戴政吉, 1999; Bell, Swan & Taylor, 1981)。由上述可知學生瞭解答案一定與题目的數字有關，但是無法判斷兩單位的相對關係致使不能順利的進行單位轉換。

將分數化為小數時，部分學生認為  $\frac{5}{8}$  的

答案為 8.5(分母當成整數,分子當成小數),或 5.8(分子當成整數,分母當成小數),第三種是 0.5,即不管分母的數字,直接把分子當成小數部分(艾如昀,1994; Kouba et al., 1988; Wearne & Hiebert, 1986)。

比較小數大小方面,有些學生認為  $0.615 > 0.09 > 0.2$ ,即以小數點後的數字視為整數處理;或認為  $0.2 > 0.09 > 0.615$ ,以小數點後的數字視為分割數(艾如昀,1994; 林麗雲、姚如芬,2002; 郭孟儒,2002; 簡茂發、劉湘川,1993; Resnick, Nesher, Leonard, Magone & Omanson, 1989; Sackur-Grisvard & Léonard, 1985; Wearne & Hiebert, 1986)。

學生進行小數加減直式運算時,容易混淆位值概念致使計算錯誤(周筱亭,1990),其中以未對齊小數點的現象居多(艾如昀,1994);劉曼麗(2001)亦指出學生會以整數的加減經驗類推,而將數字「向右對齊」來計算,即使到了高年級仍有少數學生認為要對齊右邊(郭孟儒,2002)。

部分學生在小數乘除法運算也有困難,不僅將整數的乘除概念用在小數上,且產生「乘法使結果變大」和「除法使結果變小」的錯誤想法(劉曼麗,2001; Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985)。劉曼麗(2004)進一步指出,在進行小數乘以整數「 $1.8 \times 16 = 28.8$ 」的教學活動中,多數學生認為積的小數點應對齊被乘數小數點,但是若未充分瞭解小數乘法的意義時,即使正確計算出  $1.8 \times 16$ ,卻可能在  $0.18 \times 1.6$  的計算過程中產生錯誤。

學生在有餘數的小數除法題型中常會忽略餘數小數點,或將餘數小數點對齊移位後的被除數小數點等錯誤想法。劉曼麗(2004)發現在小數除以整數問題中,多數

學生能正確計算求商的部分卻無法解釋理由,僅記住除法算則並直接以算式說明解法(艾如昀,1994; 簡茂發、劉湘川,1993; Hart, 1981)。另外,許多學生在小數除法學習過程容易受到「大的數=小的數」的影響(楊德清,2000; 劉曼麗、侯淑芬,2008),尤其是除數為純小數的題型更為明顯,導致除法文字題列式上產生困難。

Chien(1998)認為,若小數的程序性知識缺乏小數概念性知識的支持就會產生學習困難。李源順、林福來、呂玉琴與陳美芳(2008)研究我國學生在 TIMSS 2007 的數學表現指出,除小數比較大小有待加強之外,有 34.6%的八年級學生將小數 78.2437 四捨五入到百分位時選擇 78.244,而在分數化成小數或小數化成分數的大小比較問題只有 60.2%的答對率。

Okazaki 與 Koyama(2005)以某大學附屬實驗小學之 38 位五年級學生為研究對象,進行六堂課的小數除法教學;進行教學實驗前,學生已學習過小數相關單元如「以整數乘或除以小數」、「小數的乘法」等。將近 80%的學生難以解釋「 $116 \div 0.8$ 」的單位量為什麼是 1;即使知道「 $116 \div 0.8$ 」可以轉換成另一個數學式如「 $1160 \div 8$ 」,卻不清楚轉換的用意。透過教學觀察發現教學者並未討論除以 0.8 本身的意義,學生的除法概念亦無法解釋出「 $1160 \div 8$ 」或「 $116 \div 8 \times 10$ 」與「 $116 \div 0.8$ 」的關係;另外部分學生受「乘變大,除變小」概念影響,認為由 0.8 轉換至單位量為 1 的運算較難處理,又因「除以 0.8 等價於乘以 1.25」且乘以 1.25 比除以 0.8 簡單許多,故選擇使用乘法運算。

Tsao(2005)訪談師資培育生中發現,小數運算的熟練並不代表具有良好的數感,若國小學生過於依賴公式、算則,可能會抑

制其數感的發展、靈活運用與解釋小數。因此學生在學習小數時，從基本的讀法到四則運算都可能產生迷思概念，而概念未經導正便會影響到往後的學習。Gelman (1991) 表示，若學生的數學學習一旦產生錯誤概念，便可能有持續性的錯誤進而導致學習低落。

### (三) 小數教學相關研究

在師資培育生對小數教學知識的相關研究發現師資培育生由減法建立除法的基本觀念與意義不足、缺乏小數與分數之間的換算能力(林福來等人, 1992)，及認為小數在數線單位的表示不是 10 等分(Thipkong, 1988)，顯示師資培育生的數學知識有待加強。劉曼麗(2002)進一步探討在職教師之小數教學歷程，發現以強調演算方法與解題程序居多；張英傑(1990)發現在職教師的數學基本知識和技巧時發現，學生常見的錯誤概念在師資培育生和在職教師也同樣存在著；進而影響教師在數學教學的流暢與技巧，特別是以強記或算則學習數學之教師，則產生不會活用數學符號、概念的現象(劉好, 1991)。

梁文鎮(2007)與張淑萍(2006)以行動研究方式探討國小五年級小數教學之成效。由於學生的小數學習深受分數及整數概念的影響，且產生的迷思概念及問題大多來自分數的概念，因此梁文鎮以學生學習的困難點著手，設計符合學生認知發展的教學活動，例如將教材內容前後挪動，透過舊經驗、教學問話澄清答案，增加數線關係、分數化小數及離散量的布題等。經過後測結果分析發現學生的答題表現顯著提高，但仍有學生存在大數除以小數的迷思。張淑萍先以小數的基本意義進行補救教學，強調位值及小數的化聚，透過問題情境澄清商的合理性，從

晤談中瞭解學生的想法等。經前測與後測答對率的對照，多數學生的錯誤概念已獲得澄清；卻發現某些錯誤概念依然存在，如後測題目：「8 人吃 3 公斤的荔枝，平均 1 個人吃幾公斤？剩下幾公斤的荔枝？商計算到小數第一位，並寫出餘數。」答對率僅 29.1%，可知有餘數的問題對學生而言仍是較為困擾的部分。

小數是國小數學課程重要概念之一，即為國小數學教育上的重要單元之一，然而學生在小數學習過程中卻倍感困擾，教師認為理所當然的概念，學生可能不是真的理解。藉由小數教材的分析、各學者的研究發現，學生在小數概念或運算的學習上存在多樣性的迷思，致使學者專家及教師紛紛探討學生迷思概念的解決策略，透過教師小數教學的歷程，以提升教師數學教學知識，增進學生的學習成效。就小數除法運算而言，教師進行教學時所遇到的困難點如被除數與商、餘數之間的單位概念，對部分學生來說即使能成功解題，但是在運算背後的原理並非全盤瞭解；教師必須瞭解學生的小數迷思概念才能加以處理，教師本身的小數概念若不正確，除了無法有效引導學生學習小數外，亦可能傳遞錯誤的訊息，也無法瞭解學生學習困難的部分以深入探討。由上述研究發現，師資培育生與在職教師的數學教學相關知識的表現不盡理想，其中分數與小數概念相關知識為重要探討主題之一，可知師資培育生之小數概念不足並非單一個案。目前雖然已有多位學者研究分數教學相關知識，或在職教師補救教學策略的行動研究，但在師資培育生的小數教學相關知識的研究卻仍顯不足，例如，師資培育生對於學生小數除法認知的瞭解情形、學生不當解題的種類、或師資培育生對於澄清學生的小數迷思概念

之教學策略或問題情境的設計與引導等，故本研究以師資培育生之小數除法教學之相關知識做為探討主題。

## 參、研究方法

本研究意在討論師資培育生之小數除法及小數除法教學概念，故採調查研究法，分析現階段師資培育生的現況。

### 一、研究對象

本研究的研究對象為九十九學年度上學期修習「國民小學教學實習」之就讀國立臺北教育大學、臺北市立教育大學、國立新竹教育大學、國立臺中教育大學及國立屏東教育大學等五所教育大學四年級學生。該學期開設的「國民小學教學實習」課程共有 32 班，每班人數為 10 至 45 人不等，經詢問授課教師意願，共有 20 班參與本研究，發放數為 505 份，回收數 503 份，扣除問卷填寫不完全或重複填寫者 3 位、非師資培育生 8 位、非大四應屆學生 30 位，有效問卷共計 462 份，其中男生 113 人，女生 349 人。

以受試者選擇修習數學教育相關課程之科目數來看，未曾修習者為 48 位，占全部的 10%；修習一科者為 174 位，占全部的 38%；修習二科者為 208 人，占全部的 45%；修習三至七科者為 32 位，占全部的 7%。

### 二、研究工具

本研究自編問卷以國小數學課程「小數除法」探討師資培育生小數除法教學之相關

知識。內容參考國民小學九年一貫課程綱要數學學習領域及教育部審訂通過的國小數學課本等相關文獻，以「數學知識」、「對學習者數學認知的知識」、「教學知識」三部分設計之。

為提高本研究工具的適切性與可行性，在進行正式施測前，先進行預試。預試問卷目的在於彙整受試者對於小數除法教學相關知識的瞭解情形與想法。本問卷為開放式問題，為使受試者能完整表達其想法，除 1 題共同問題外，其餘 21 題問題依小數除法數學知識、對學習者小數除法認知的知識及小數除法教學知識三部分，平均分配於三份試卷，每份皆有 8 題問題。研究者在九十八學年度第二學期於中部某師資培育機構之 119 位師資培育生進行預試，填答時間為 30 分鐘。

由於研究者考量正式施測時，問卷試題若全為開放式問題，所需作答時間較長，部分受試者可能沒有耐性完成整份試卷且造成無效問卷增加；然而若完全依研究者之想法自編選擇題選項，恐與受試者的想法落差過大，故先利用預試問卷彙整受試者對於小數除法教學之相關知識的瞭解情形與想法，再分析篩選受試者的答題類型，以作為正式問卷選擇題選項之參考。預試問卷設計為 22 題開放式問題，分為小數除法數學知識相關試題、對學習者小數除法認知的知識相關試題及小數除法教學知識相關試題三部分，除小數除法數學知識相關試題為 8 題外，其餘兩部分各 7 題。試題與小數除法教學之相關知識的雙向細目表如表 1：

表 1

預試問卷試題與小數除法教學之相關知識的雙向細目表

小數除法內容	小數除法 數學知識	對學習者小數 除法認知的知識	小數除法 教學知識
除數與 1 的大小比較關係	5		
小數除法問題情境	3		
單位轉換概念	6、13		
題意與餘數的意義	9		12
小數除數與餘數的關係	7		
直式紀錄解題過程	17	18	
小數除法學習的認知發展		4	
解題策略		14	
常見錯誤概念	19	8	16
學習困難		15	21
概念教學		22	1、10
如何布題		20	2
小數四則運算教學重點與序列			11

將預試之有效問卷逐題篩選後，發現全體受試者在第 8 題（理解學生常見的錯誤概念）、第 10 題（小數除法概念教學）、第 13 題（被除數與除數單位轉換）、第 19 題（錯誤概念）及第 21 題（學習困難點）之答對率均達 70% 以上，表示多數受試者在上述試題答題表現較佳且存在正確的教學相關知識；由於本研究主要探討受試者在小數除法教學之相關知識較為不足的概念及需要加強的部分，故刪除此 5 題試題。

其餘 17 題試題答對率低於 70%，也就是難度較低或受試者概念較為不清楚之試題，依前述方式歸納答題類型並篩選作為正式問卷之選擇題選項，除了 1 個正確選項外，篩選較高比例之不適答案或錯誤概念，作為

正式問卷的 2 個選項，並增加 1 個自由填答的選項供受試者表達想法。另外為使受試者能充分表達教學概念及想法，按題型重編題號後部分題目維持開放式問題，填答時間亦為 30 分鐘。

依題型重編題號後製成正式問卷，其與小數除法教材分配對照如表 2，包含選擇題及開放式問題，其中有 9 題以題組方式呈現。問卷總分為 36 分，選擇題 24 分，開放式問題 12 分。在小數除法數學知識部分共 15 分，包含選擇題 9 分、開放式問題 6 分；對學習者小數除法認知的知識部分共選擇題 6 分；小數除法教學知識部分共 15 分，包含選擇題 9 分、開放式問題 6 分。

表 2

正式問卷試題與小數除法教材分配表

小數除法教學之相關知識	小數除法教材	題 號
小數除法 數學知識 (15 分)	小數除法問題情境	三 (1)
	除數與 1 的大小比較關係	五
	被除數與除數同時轉換單位	六 (1)、六 (2)、十二 (1)、十三、十七 (1)
	小數除數與餘數的關係	七 (1)、七 (2)
	題意與餘數的處理	九
	直式紀錄解題過程	十七 (2)、十七 (3)
對學習者 小數除法認知的知識 (6 分)	小數除法學習的認知發展	一 (1)
	解讀學生的錯誤概念	八、十四 (2)
	學生解題策略的理解	十四(1)、十五、十六 (1)
小數除法 教學知識 (15 分)	概念教學	一 (2)、三 (2)、十
	如何布題	二
	除數為整數或小數的教法	四
	小數四則運算教學重點	十一 (1)、十一 (2)、十一 (3)、十一 (4)
	小數運算教學序列	十一 (5)
	糾正錯誤概念	十六 (2)
	餘數的意義	十二 (2)

註：一 (1) 代表第一題第一小題

其中第三 (2) 題、第七 (2) 題、第九題、第十二 (2) 題、第十六 (2) 題及第十七 (2) 題維持開放式問題作答，乃是部分受試者在預試填答敘述的完整性普遍不佳，如第七 (2) 題、第十二 (2) 題及第十六 (2) 題；有些對於小數除法重點概念仍不足，如第三 (2) 題、第九題及第十七 (2) 題，以分析其對於教學策略與單位換算的答題表現。

本問卷設計為 17 題包含各小題數，共 30 題。信度部分以庫李信度分析試題間的一致性，得到的相關係數為 0.645，由於正式

問卷著重在受試者較有困難的問題中，因此信度較低為預期中的結果；效度部分以建構效度分析受試者在小數除法教學之相關概念，並盡量排除研究者的主觀看法。

本問卷選取的題目為預試受試者答題較不理想的部分（答對率 $<0.70$ ），因此受試者答題表現的良窳不足以判斷本身具備的數學教學知識，但仍能做為師資培育生在小數除法教學之相關知識較為缺無部分的探究工具，以進一步瞭解其需要加強的相關知識。

### 三、資料蒐集

以電子郵件詢問擔任「國民小學教學實習」課程之教師協助施測的意願，同意協助施測者共有 20 班，除國立臺中教育大學由研究者親自施測，其餘教育大學則委由授課教師協助。施測於九十九學年度第一學期初進行。

### 四、資料分析

試題內容包含選擇題及開放式問題。選擇題使用資料轉換方式，填答正確、錯誤，各以 1 分、0 分代表，至於選填選項「④其他（請說明）\_\_\_\_\_」之答案不予計分，只供參考；開放式問題則依受試者的答題情形，逐題進行歸納分類，分成完全瞭解、部分瞭解、不瞭解的類型，各給予 2 分、1 分、0 分。計分部分以敘述統計「百分比」、「平均數」及「標準差」等描述受試者的答題表現。開放式問題除逐題給分之外，另以客觀的質性分析過程，運用對照、歸納、比較等方式，探討受試者的想法與概念。以下舉例說明開放式問題之答題表現：

#### (一) 試題三 (2)

「米缸裡剩下 0.21 公斤的白米，媽媽想用可以裝滿 0.04 公斤白米的杯子來裝，盡量裝完，可以裝成幾杯？剩下多少公斤？」

奇奇的算法：

$$0.21 - 0.04 = 0.17$$

$$0.17 - 0.04 = 0.13$$

$$0.13 - 0.04 = 0.09$$

2. 您如何引導他從使用連減的方式到使用除法算式？

#### (二) 答題類型及案例說明

1. 瞭解小數減法與除法教學的連結：應用先乘後減、換單位策略，或是仿照整數除法的方式取代連減策略等答題類型，並敘述完整者，給予 2 分。

A323：從連減的步驟帶回乘法，用 0.04 減了 5 次， $0.04 \times 5 = 0.20$ ，讓他瞭解乘、除之關係  $\rightarrow 0.21 = 0.20 + 0.01 = 0.04 \times 5 + 0.01$ ，這樣就可以讓學生瞭解  $0.21 \div 0.04 = 5 \dots 0.01$ 。

2. 部分瞭解小數減法與除法教學的連結：透過連減策略的過程，應讓學生自行連結整數除法的觀念，較不宜由教師主動告知，或者直接以除法公式計算，給予 1 分。

C390：首先，先讓他發現連減的這幾個式子當中，有什麼相同的地方，等他發現後，告訴他 0.04 是除數（因為每次減都是固定的量），之後再導入題目要問的問題。

3. 完全不瞭解小數減法與除法教學的連結：直接以算則表示，沒有加以文字說明，或者本身對於小數除法及相關教學等毫無概念，給予 0 分。

D179： $0.4 \times (\quad) = 0.21$

$(\quad) = 0.21 \div 0.4$

$5 \dots 0.01 = 0.21 \div 0.4$

### 肆、研究結果

研究者發現少數受試者有部分試題未作答的狀況，可能是無法在施測時間內（30 分鐘）寫完或是不清楚該題意等因素，茲於第二節至第四節中分別列出有效答對率（答對人數÷答題人數的百分比）及整體答對率（答對人數÷總人數的百分比）兩部分進行討論。

## 一、全體受試者的得分情形

全體受試者在小數除法教學之相關知識各類別的得分情形(如表 3):小數除法數學知識相關試題總分 15 分,平均得分為 5.49 分,最高分者為 12 分,最低分者為 0 分;對學習者小數除法認知的知識相關試題總分 6 分,平均得分為 3.89 分,最高分者為 6 分,最低分者為 0 分;小數除法教學知識相關試題總分 15 分,平均得分為 6.37 分,最高分者為 13 分,最低分者為 1 分;由此三類別的總分與平均得分發現,其平均得分皆未達試題總分的一半。本研究問卷總分為 36 分,全體受試者平均得分和標準差分別為

15.75、4.364,男生(113 位)的平均得分和標準差分別為 15.64、4.747,女生(349 位)的平均得分和標準差分別為 15.78、4.24,得分最高分者為 27 分,最低分者為 4 分。由於正式問卷選取的題目為預試受試者表現較不理想的問題(答對率 $<0.70$ ),因此受試者得分的高低並不足以判斷受試者的能力。

本研究主要分析受試者在小數除法教學之相關知識較為不足的概念,無探討多數受試者所瞭解的相關知識,即本問卷有部分較難的試題並可預期受試者得分情形不甚理想(表 3),顯示受試者對於小數除法教學之相關知識尚需加強的地方。

表 3

全體受試者得分情形統計表

類別	總分	全體 ( $n = 462$ )		男生 ( $n = 113$ )		女生 ( $n = 349$ )		最高分	最低分
		平均	標準差	平均	標準差	平均	標準差		
小數除法 數學知識	(15)	5.49	2.148	5.55	2.138	5.47	2.084	12	0
對學習者小數 除法認知的知識	(6)	3.89	1.845	3.85	1.537	3.90	1.403	6	0
小數除法 教學知識	(15)	6.37	2.667	6.24	2.350	6.42	2.251	13	1
合計	(36)	15.75	4.364	15.64	4.747	15.78	4.240	27	4

## 二、小數除法數學知識表現情形

依小數除法數學知識相關試題來看(如表 4、表 5),多數受試者對於小數除法算則的表現大致不錯,尤其是餘數為一位小數問題,及在除數與 1 的大小比較關係中,能觀察出商和被除數的變化。但是,約有 60% 的受試者對於單位轉換概念不甚清楚(試題六(1)),認為「 $23.6 \div 1.4 = 16 \cdots 1.2$ 」與「 $236 \div 14 = 16 \cdots 12$ 」的差別,僅在於後者將小數點省略或餘數小於除數的關係;在類似的題

型中(試題十七(1)),近 45% 的受試者將除數轉換成整數的數學意義僅只於計算方便,甚有 18% 的受試者認為商和餘數皆不會因小數除法換成整數除法而改變。單位轉換過程  $\frac{236}{10} \div \frac{14}{10} = 236 \div 14$ ,有 74.8% 的受試者能瞭解單位變為 0.1(試題六(2)),可是在「被除數 12.85 轉換為 128.5,除數 7.4 轉換為 74」的問題情境卻只有 34% 的受試者能正確答出以 0.1 為單位的題型(試題十七(1))。

另外，解釋小數除法直式紀錄的演算過程（如圖 1、試題十七（3））之箭頭標示：545、270 代表何者，30%的受試者能正確答出「545 代表 545 個 0.01，270 代表 270 個 0.001」，而近 60%的受試者認為餘數的小數點對齊移位後被除數的小數點（如 545 代表 545 個 0.1，270 代表 270 個 0.01）。

$$\begin{array}{r}
 1.73 \\
 7.4 \overline{)12.85} \\
 \underline{74} \\
 545 \leftarrow \\
 \underline{518} \\
 270 \leftarrow \\
 \underline{22} \\
 0.048
 \end{array}$$

圖 1 小數除法直式紀錄

表 4

小數除法數學知識答題表現：選擇題

試題	教材內容	答題人數	答對人數	未答人數	有效答對率	整體答對率
三（1）	小數除法問題情境	452	64	10	14.2	13.9
五	除數與 1 的大小比較關係	447	290	15	64.9	62.8
六（1）	被除數與除數同時轉換單位	459	193	3	42.0	41.8
六（2）	被除數與除數同時轉換單位	457	342	5	74.8	74.0
七（1）	小數除數與餘數的關係	398	157	64	39.4	34.0
十二（1）	被除數與除數同時轉換單位	457	432	5	94.5	93.5
十三	被除數與除數同時轉換單位	442	132	20	29.9	28.6
十七（1）	被除數與除數同時轉換單位	379	129	83	34.0	27.9
十七（3）	直式紀錄解題過程	374	113	88	30.2	24.5

註：有效答對率 = 答對人數 ÷ 答題人數的百分比

整體答對率 = 答對人數 ÷ 總人數的百分比

表 5

小數除法數學知識答題表現：開放式問題

試題	教材內容	答題人數	給分人數			未答人數	有效答對率	整體答對率
			2 分	1 分	0 分			
七（2）	小數除數與餘數的關係	137	53	16	68	325	50.4	14.9
九	題意與餘數的處理	414	155	193	66	48	84.1	75.3
十七（2）	直式紀錄解題過程	170	10	38	122	292	28.2	10.4

註：答對人數包含給分為 2~1 分者

有效答對率 = 答對人數 ÷ 答題人數的百分比

整體答對率 = 答對人數 ÷ 總人數的百分比

由此得知，受試者在小數除法數學知識有待加強之部分主要有三：

#### (一) 小數除法題型

受試者不易由題意判斷等分除、包含除及當量除的題型，且較難以理解題目中「相當於」的敘述致使影響解題想法，更有少數受試者認為「相當於」的題意不符合生活情境。

#### (二) 單位的轉換

受試者在被除數與除數同時轉換單位的答題表現依題目設計的不同而有所差異。

#### (三) 直式紀錄解題過程

直式計算對大多數受試者來說非常容易，若要進一步解釋解題過程之數字所代表的意義，可能是部分受試者感到困難的部分。而小數除數及餘數的關係不同於整數除法，受試者易忽略餘數的合理範圍，不只是比除數小，還需要看商求到小數第幾位而定。

本研究結果與劉曼麗（2000）相符，即師資培育生對於小數問題的表現不佳，雖能正確的使用算則，但在餘數為小數的除法性質不甚清楚，亦有解題上的困難，對於算則背後的意義也無法解釋。

### 三、對學習者小數除法認知的知識表現情形

對學習者小數除法認知的知識相關試題方面（如表 6），每一題之有效答對率均達 50% 以上，顯示多數受試者對於國小學生的小數除法學習發展情形較為瞭解，能夠掌握適合學生學習小數的教法、瞭解學生在解題時的想法及可能會產生的錯誤概念等。多數師資培育生認為學生在小數除以整數的題型中，出現整數除以小數的算式可能是習慣於「大的數除以小的數」（試題十五）；而在整數除法的部分，則有 54.2% 的師資培育生認為「將先出現的數當作被除數，後出現的數當作除數」之問題較易出現（試題八）

表 6  
對學習者小數除法認知的知識答題表現：選擇題

試題	教材內容	答題 人數	答對 人數	未答 人數	有效 答對率	整體 答對率
一 (1)	小數除法學習的認知發展	461	342	1	74.2	74.0
八	解讀學生的錯誤概念	397	215	65	54.2	46.5
十四 (1)	學生解題策略的理解	443	285	19	64.3	61.7
十四 (2)	解讀學生的錯誤概念	442	362	20	81.9	78.4
十五	學生解題策略的理解	412	313	50	76.0	67.7
十六 (1)	學生解題策略的理解	403	279	59	69.2	60.4

註：有效答對率 = 答對人數 ÷ 答題人數的百分比

整體答對率 = 答對人數 ÷ 總人數的百分比

此結果亦證實劉曼麗（2002）的研究發現，教師缺乏對學生數學認知的知識，只會直接說明解法，卻不懂得深入瞭解學生的困難點。

#### 四、小數除法教學知識表現情形

小數教學包含數概念及四則運算（如表 7、表 8），其教學序列安排十分重要。絕大多數受試者能依據問題情境辨別教學重點

如在一位小數的加法（試題十一（2））和一位小數的除法運算（試題十一（1）），且部分受試者對於教學單元（試題十）與問題情境設計（試題二）方面，能辨別是否適合評量學生相關概念。然而受試者較缺乏引導學生學習正確概念的教學知識，除數為整數與除數為小數的教法（試題四），或是不夠瞭解小數學習程序階段（試題十一（5））。

表 7

小數除法教學知識答題表現：選擇題

試題	教材內容	答題人數	答對人數	未答人數	有效答對率	整體答對率
一（2）	概念教學	455	187	7	41.1	40.5
二	如何布題	455	301	7	66.2	65.2
四	除數為整數或小數的教法	451	201	11	44.6	43.5
十	概念教學	426	278	36	65.3	60.2
十一（1）	小數四則運算教學重點（一位小數的除法）	459	434	3	94.6	93.9
十一（2）	小數四則運算教學重點（一位小數的加法）	458	416	4	90.8	90.0
十一（3）	小數四則運算教學重點（三位小數除以一位小數）	458	223	4	48.7	48.3
十一（4）	小數四則運算教學重點（整數的二位小數倍）	454	158	8	34.8	34.2
十一（5）	小數運算教學序列	415	100	47	24.1	21.6

註：有效答對率 = 答對人數 ÷ 答題人數的百分比

整體答對率 = 答對人數 ÷ 總人數的百分比

表 8

小數除法教學知識答題表現：開放式問題

題目	教材內容	答題人數	給分情形			未答人數	有效答對率	整體答對率
			2分	1分	0分			
三（2）	概念教學	212	45	83	84	250	60.4	27.7
十二（2）	餘數的意義	304	43	177	84	158	72.3	47.6
十六（2）	糾正錯誤概念	199	44	122	33	263	83.4	35.9

註：答對人數包含給分爲 2~1 分者

有效答對率 = 答對人數 ÷ 答題人數的百分比

整體答對率 = 答對人數 ÷ 總人數的百分比

將近 60%的受試者以算則或記憶的方式，例如，將「 $\frac{3}{12}$ 」表示成 $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$ 或說明「 $\frac{3}{12}$ 」中的「-」代表「除以」，進行由分數進入小數概念的教學，更認為只要使用算式或口訣技巧，便能避免錯誤解題（試題一（2））。透過小數乘除法的佈題，發現部分受試者能瞭解題目的教學重點，但仍有少數受試者缺乏分析多位小數乘除運算的問題情境之概念（試題十一（3））；甚至在「整數的二位小數倍」的題型中（試題十一（4）），62.6%的受試者認為有除法運算的概念，可見讀題及判別題型的概念是受試者的弱點之一。根據小數各單元問題情境的重點，安排其教學活動的先後順序時，只有 24.1%的受試者具備此教學知識；若依照完全答對各問題情境之教學重點的 74 位受試者來看，仍有半數對於教學順序不清楚（試題十一（5））。

受試者的小數除法教學知識有待加強，主要有以下三點：

#### （一）教學方式

由分數進入小數概念的教學中，多數受試者仍以算則方式進行教學，但可能會影響學生對於小數的學習成效。

#### （二）教學重點

部分受試者對於多位小數乘除法的問題情境較無概念。

#### （三）教學序列

小數教學活動的重點不甚清楚，或不瞭解學生學習小數發展程序，以至於無法明確安排小數教學先後順序。

此結果與劉好（1991）、劉曼麗（2002）的研究結果相符，小學教師的困難或缺失，多半由於概念不清楚或無深入分析題意所

致，有些教師以死記方式學習數學，或強調算則與解題程序，並未說明其中的原理與意義，可能會影響其在數學觀念與技巧的教學。

受試者選填選擇題之表現：在「小數除法數學知識」部分，對於餘數為一位小數的問題多能成功解題；但是在除法直式運算過程，部分受試者不瞭解被除數與除數進行相同的單位量轉換後，商不變，但餘數會隨之改變的現象；甚至有少數受試者認為小數除法直式算則中，移動小數點的目的只是為了方便計算而不瞭解其數學意義。在「對學習者小數除法認知的知識」部分，部分受試者能指出學生解題過程中的錯誤，或進行小數除法運算時學生普遍會遇到的困難。在「小數除法教學知識」部分，多數受試者對於一位小數的教學活動問題情境及導正學生想法的觀念與方法正確；但在教學順序的安排易忽略概念、教學活動先後順序，及學生的學習發展程序；綜合小數除法相關教學知識之答題內容，發現部分受試者仍有採用直接教導口訣或算則的現象。

受試者填寫開放式問題之表現：本問卷共設計 6 題開放式問題，試題九共 414 位受試者答題與試題十二（2）共 304 位受試者答題，表示多數答題者能瞭解題意或餘數小數點的意義；其餘各題填答人數皆少於 220 位，表示受試者在被除數、除數與餘數的單位關係較不清楚，小數除法概念及導正學生錯誤概念之教學想法有待改進。受試者在開放式問題的表現不僅填答意願低，其答題表現亦不甚理想，例如進行小數除法計算時，不易回答餘數比除數小多少的合理性，或者在描述單位量的轉換時，少數受試者只填答：「單位」、「單位不同」…等簡短字詞，因此無法明確瞭解受試者的真實想法或概念。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

#### (一) 小數除法數學知識表現情形

師資培育生在小數除法基本認識及算則均有不錯的表現，如餘數為一位小數的直式計算、依據除數與 1 的大小比較關係以觀察被除數與商之大小變化等問題皆能成功解題。但在「被除數與除數同時轉換單位」、「直式紀錄解題過程」等認知有待加強，而少數師資培育生在直式紀錄算出答案的過程中，對於解釋餘數單位感到困擾。

#### (二) 對學習者小數除法認知的知識表現情形

師資培育生在對學習者小數除法認知的知識相關試題方面，多數師資培育生對於國小學生的小數除法學習有基本認識，能夠瞭解學生在學習上的想法或困難，並能掌握學生常見的迷思概念，如習慣用大數除以小數，或將先出現的數當作被除數等。

#### (三) 小數除法教學知識表現情形

大多數的師資培育生能掌握小數運算概念如一位小數加法與一位小數除法的教學重點，且多數師資培育生對於教學單元與問題情境設計方面，能辨別是否適合評量學生相關概念；卻缺乏引導學生學習正確概念的教學知識，或是對於學生數學學習階段不夠瞭解。約有六成的師資培育生在教學時會採用算則或要求學生背誦，認為只要使用算式或口訣技巧，便能避免錯誤解題。

### 二、建議

#### (一) 在教學上的建議

##### 1. 強調小數除法數學意義

本研究發現部分師資培育生在小數除法相關教學知識的答題情形中，對於小數除

法的概念無法以數學意義表示，甚至以算則或方便於計算的方式進行教學。由於教師的數學教學專業知能是否足夠，深深影響學習者的學習成效，因此建議教師進行小數及其除法教學時，加強其在整數與分數之間的連結，被除數、除數、商與餘數之間的單位關係，強調其基本概念及意義。

##### 2. 重視數學教育相關課程

本研究結果發現師資培育生在小數除法相關教學知識之答題表現落差大，師資培育課程中並未強制規定所需修習的數學相關課程，即便師資培育生修習普通數學或數學教材教法（目前為各 2 學分），由於國小一至六年級數學課程涵蓋範圍極廣，在有限的教學時間下將恐亦無法完整獲得相關知識，故建議師資培育機構將普通數學及國民小學數學教材教法列為必修且增加其學分數，或增設數學教育相關課程，在課程內容安排上加入小數主題，以加強師資培育生在小數除法基本概念、運算的意義與原理等。

#### (二) 對未來研究的建議

##### 1. 研究對象多元化

由於本研究僅以全國五所教育大學之師資培育生為對象，故研究結果僅能代表此五所師資培育生的小數除法與小數除法教學知識的現況探討，無法擴展至所有師資培育單位，故建議往後的研究可針對其他小學師資培育機構的師資培育生進行研究，或者探討小學在職教師的小數除法相關教學知識，以提高研究的可推論性。

##### 2. 數學主題多樣性

本研究雖然僅探討師資培育生對於小數除法相關教學知識現況，然而師資培育生對於國小數學教學仍有其他值得探討之處，故未來可就師資培育生在國小學生常見的迷思概念（例如：四則運算、分數除法、速

度等)進行研究,以深入探究師資培育生在國小數學各單元主題之相關教學知識的瞭解情況。

### 3.研究方法質量並重

本研究以問卷調查方式進行資料蒐集,發現師資培育生在開放式問題的答題表現普遍不佳;若答題敘述的完整性不足,可能會影響小數除法教學成效及學生學習小數的認知發展。建議未來可增加針對師資培育生的解題歷程與策略進行研究,或者以個案訪談方式深入瞭解師資培育生對小數除法認知發展及解題之想法。

由本研究結果發現,師資培育生之小數除法概念會影響他們進行小數教學的方式,且本研究於蒐集資料過程中,並未發現有學者專家針對數學師資培育課程與師資培育生的數學教學相關知識的關係進行探討。期望未來能有更多學者專家投入這方面的研究,探討並瞭解師資培育生的數學教學相關知識,以期為未來的數學師資培育課程提供一些建樹。

## 參考文獻

- 艾如昀(1994)。**國小學生處理小數的歷程與困難**(未出版之碩士論文)。國立中正大學,嘉義市。
- 朱欣傑(2009)。**探討國小學童小數四則運算的了解**(未出版之碩士論文)。臺北市立教育大學,臺北市。
- 呂玉琴(1998)。**國小教師分數教學之相關知識研究**。**臺北師院學報**, 11, 393-438。
- 李源順、林福來(2000)。**數學教師的專業成長:教學多元化**。**師大學報:科學教育類**, 451, 1-25。
- 李源順、林福來、呂玉琴、陳美芳(2008)。**小學教師數學教學發展標準之探究:學者的觀點**。**科學教育學刊**, 16, 627-650。
- 李靜雯(2004)。**多元師資培育之國小職前教師的分數教學知識之研究**(未出版之碩士論文)。國立屏東師範學院,屏東市。
- 周筱亭(1990)。**電子計算器對於國民小學小數運算學習之影響**。**國教學報**, 3, 273-295。
- 林業泰(2003)。**國小教師對高年級學生分數概念的了解**(未出版之碩士論文)。國立臺北師範學院,臺北市。
- 林福來、黃敏晃、呂玉琴(1992)。**師院新生的初等數學能力**。**國教學報**, 4, 1-21。
- 林碧珍(2001)。**發展國小教師之學生數學認知知識理論結合實務研究取向的教師專業發展**。臺北市:師大書苑。
- 林麗雲、姚如芬(2002)。**探討國小五年級學童小數迷思概念之研究**。**科學教育研究與發展**, 28, 92-95。
- 梁文鎮(2007)。**一位五年級教師小數教學之行動研究**(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學,新竹市。
- 教育部(2001)。**國小數學教材分析-小數的數概念與運算**。臺北市:臺灣省國民學校教師研習會。
- 陳怡方(2010)。**初任與資深國小教師對分數教學知能之比較**(未出版之碩士論文)。中原大學,桃園縣。
- 許秀玉(2002)。**師院生分數教學相關知識之調查研究~以花蓮師範學院為例**(未出版之碩士論文)。國立花蓮師範學院,花蓮市。

- 郭孟儒 (2002)。國小五年級學童小數迷思概念及其成因之研究(未出版之碩士論文)。國立屏東師範學院, 屏東市。
- 張英傑 (1990)。國小教師數學科基本教學能力之探討與評量工具之設計 (I)。行政院國家科學委員會專題研究成果報告(編號: NSC78-0111-S152-03A), 未出版。
- 張淑萍 (2006)。一位教師實踐五年級小數教學之行動研究(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學, 新竹市。
- 黃一峰 (2004)。探討職前教師數學教學的學習歷程及其教學實踐(未出版之碩士論文)。國立臺北師範學院, 臺北市。
- 黃幸美 (2002)。國小教師的數學教材知識與教學觀點之探討。**臺北市立師範學院學報**, 33, 201-218。
- 臺灣數學師資培育跨國研究(2010年4月16日)。國際教育成就調查, 我國數學師資培育排名第一。取自: <http://tedsm.math.ntnu.edu.tw/news/20100416.html>
- 劉好 (1991)。小學教師數學基本能力之研究。**臺中師院學報**, 5, 229-257。
- 劉伍貞 (1996)。國小學生月相概念學習之研究(未出版之碩士論文)。國立屏東師範學院, 屏東市。
- 劉曼麗 (2000)。師院新生的小學數學知識研究。**屏東師院學報**, 13, 183-210。
- 劉曼麗 (2001)。國小學童的小數知識。**屏東師院學報**, 14, 823-858。
- 劉曼麗 (2002)。小數教學初探。**屏東師院學報**, 16, 319-354。
- 劉曼麗 (2004)。國小學生對小數計算的瞭解。**屏師科學教育**, 19, 17-27。
- 劉曼麗 (2006)。我國學童小數概念發展之調查研究。**科學教育學刊**, 14, 663-693。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2008)。小數除法的學與教。**科學教育月刊**, 314, 27-38。
- 劉曼麗、楊明樺 (2009)。學童的小數數線概念。**科學教育月刊**, 317, 18-33。
- 甯自強 (1997)。由多單位系統看中年級的數與計算教材。國民小學數學科新課程概說(中年級)。臺北市: 臺灣省國民教師研習會。
- 楊朝祥 (2002年1月18日)。師資培育是教育成功的基石。取自: <http://www.npf.org.tw/post/2/1589>
- 楊德清 (2000)。國小六年級學童回答數字常識問題所使用之方法。**科學教育學刊**, 8, 379-394。
- 戴政吉 (1999)。四年級學生的小數迷思概念~由學生習作所犯之錯誤談起。**國教天地**, 134, 106-112。
- 鍾靜、譚寧君 (1991)。新制師院應屆結業生數學能力分析研究。臺灣省教育廳(主編), **臺灣省第二屆教育學術論文發表會論文集**(頁1-32)。新竹市: 國立新竹師範學院。
- 簡紅珠 (1996)。師院學生對國小數學的學科知識之研究。**新竹師院國民教育研究所論文集**, 2, 1-33。
- 簡茂發、劉湘川 (1993)。八十一學年度國民教育階段學生基本學習成就評量國小小組試題編製及抽測結果報告。臺中市: 國立臺中師範學院。
- Azim, D. S. (1995, Oct). *Preservice elementary teachers' understanding of multiplication involving fraction*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the Interna-

- tional Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*, 132-144.
- Bell, A., Swan, M., & Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Students in Mathematics*, *12*, 399-420. doi: 10.1007/BF00308139
- Boero, P., Dapueto, C., & Parenti, L. (1996). Didactics of mathematics and the professional knowledge of teachers. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp.1097-1122). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Chien, C. (1998). *Sixth grade students' knowledge structure of decimals in Taiwan* (Unpublished doctoral dissertation). University of Georgia, Athens.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, *44*, 263-272.
- Fennema, E., & Franke, M.L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws, (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.147-164). New York, NY: Macmillan.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16*, 3-17.
- Frobisher, L., Monaghan, J., Orton, A., Orton, J., Roper, T., & Threlfall, J. (2002). *Learning to teach number: A handbook for students and teachers in the primary school*. Cheltenham, United Kingdom: Nelson Thornes.
- Gelman, R. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structures: Initial and transcendent constructions. In S. Carey, & R. Gelman (Eds.), *The epigenesis of mind: Essays on Biology and Cognition* (pp. 293-322). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Graeber, A. O., Tirosh, D., & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*, 95-102.
- Hart, K. M. (1981). Measurement. In K. M. Hart, D. Kerslake, M. L. Brown, G. Ruddock, D. E. Kuchemann, & M. McCartney (Eds.), *Children's understanding of mathematics* (pp. 11-16). London, England: John Murray.
- Hiebert, J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hattrop (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 283-322). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of

- rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert, & M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 162-181). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kouba, V. L., Brown, C. A., Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Results of the fourth NAEP assessment of mathematics: Number, operations, and word problems. *Arithmetic Teacher*, 35(8), 14-19.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1990). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Okazaki, M., & Koyama, M. (2005). Characteristics of 5th graders' logical development through learning division with decimals. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 217-251. doi: 10.1007/s10649-005-8123-0
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magono, M., & Omanson, S. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 8-27.
- Sackur-Grisvard, C., & Léonard, F. (1985). Intermediate cognitive organizations in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers. *Cognition and Instruction*, 2, 157-174.
- Thipkong, S. (1988). *Preservice elementary teachers' misconceptions in interpreting units and solving multiplication and division decimal word problems* (Unpublished doctoral dissertation). University of Georgia, Athens.
- Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1990). Evoking cognitive conflict to explore preservice teachers' thinking about division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 98-108.
- Tsao, Y. L. (2005). The number sense of preservice elementary school teachers. *College Student Journal*, 39, 647-679.
- Ubuz, B., & Yayan, B. (2010). Primary teachers' subject matter knowledge: Decimals. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41, 787-804.
- Wearne, D., & Hiebert, J. (1986). *Learning decimal numbers: A study of knowledge acquisition*. Retrieved from ERIC database. (ED 267973)

## 附錄：正式問卷

### 師資培育生及教育學程生對於國小小數除法教學的瞭解研究調查問卷

親愛的同學，您好：

感謝您協助填寫此份問卷！這份問卷的目的在於瞭解各教育大學師資培育生及教育學程生，對於國小學生在小數除法學習上的瞭解情形；您的每個回答對本研究調查均非常重要，研究結果也許可以為未來的數學師資培育課程提供一些想法，請就您所知道的數學相關知識填答。填答時間約 30 分鐘，謝謝。

本研究調查結果將僅供學術研究，不做個別意見分析，並不會影響您的學期成績，相關資料也會妥善保存，不會外流，再次感謝您的支持與協助。

敬祝

順心

國立臺中教育大學數學教育學系碩士班

指導教授：謝闔如教授

研 究 生：吳亭頤 敬上

#### 壹、個人基本資料

一、校 名：

二、科系、年級：\_\_\_\_\_系\_\_\_\_\_年級

三、性 別：男 女

四、學 制：師資培育生 教育學程生 非師資培育及教育學程生

五、在國小教育學程的課程中，曾經修習過的數學教育相關課程。（可複選）

普通數學 國民小學數學教材教法 國民小學教學實習

其他（請說明）\_\_\_\_\_

六、曾經修習過非國小教育學程的數學教育相關課程。（可複選）

數學課程通論 數學教育研究法 數學科教學評量

數學試題編製 數學學習心理學 數學課程設計

兒童數學概念發展

其他（請說明）\_\_\_\_\_

七、曾經修習過的數學專業課程。（可複選）

微積分 線性代數 統計學 數學史

幾何學 機率論 離散數學 高等代數

其他（請說明）\_\_\_\_\_

#### 貳、試題內容

此問卷包含國小數學課程「小數除法」進行數學能力、對學習者的瞭解及數學教學知識等三部分，分為「選擇題」及「開放式問題」，共 17 題，請根據框格中的說明，回答下方題目。「選擇題」請於括弧中填入答案，若選項中找不到適當的答案，則在選項④填答說明；「開放式問題」請就您對小數除法教學的瞭解儘可能詳細填答。

一、

有 3 個披薩，平均分給 12 個小朋友，每個小朋友可分得多少個披薩？

( ) 1.一開始介紹上述題目時，哪一種是學童比較容易接受的教學方式？

①  $3 \div 12 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

② 先把每 1 個披薩切成 12 片，再分給小朋友，每個人可拿到 3 片

③ 先把每 1 個披薩切成 4 片，再分給小朋友，每個人可拿到 1 片

④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_

( ) 2.根據題意，您會使用何種教學方式引導學童由分數進入小數的概念？

①  $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$

② 說明「 $\frac{3}{12}$ 」中的「 $\frac{\quad}{\quad}$ 」代表「除以」

③ 8 個披薩分給 4 人，每個人可以分得  $8 \div 4 = \frac{8}{4}$  個披薩；1 個披薩分給 4

人，每個人可以分得  $1 \div 4 = \frac{1}{4}$  個披薩

④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_

二、

請您以算式  $0.9 \div 15 = ( \quad )$  為例，應用「小數除以整數，商為小數而能除盡」的教學活動，設計一個單步驟的問題情境。

( ) 以下是幾位同學依照上述題目佈題，請問哪一位的佈題最符合上述題目敘述？

① 0.9 公畝的花圃，平均分給 15 個班級，請問每班分得多少公畝？

② 0.9 公升的花生油可裝成 15 瓶，那麼 1 公升的花生油可裝成幾瓶？

③ 一個蛋糕切成 10 份，壽星先拿走 1 份，請問一起慶生的 15 個同學每人能分到多少個蛋糕？

④ 皆不符合(請說明)\_\_\_\_\_

三、

「米缸裡剩下 0.21 公斤的白米，媽媽想用可以裝滿 0.04 公斤白米的杯子來裝，盡量裝完，可以裝成幾杯？剩下多少公斤？」

奇奇的算法：

$$0.21 - 0.04 = 0.17 \qquad 0.17 - 0.04 = 0.13$$

$$0.13 - 0.04 = 0.09 \qquad 0.09 - 0.04 = 0.05$$

$$0.05 - 0.04 = 0.01$$

答：可裝成 5 杯，剩下 0.01 公斤。

( ) 1. 您認為奇奇的解題方法是利用哪一個除法概念？

① 等分除

② 包含除

③ 當量除

④ 其他(請說明) \_\_\_\_\_

2. 您如何引導他從使用連減的方式到使用除法算式？

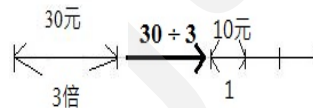
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

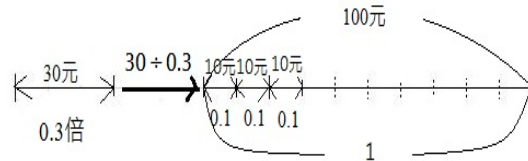
\_\_\_\_\_

四、

問題一：「小明錢的 3 倍是 30 元，問小明有多少元？」



問題二：「小明錢的 0.3 倍是 30 元，問小明有多少元？」



( ) 您會如何利用問題一「 $30 \div 3$ 」的圖引導學童了解問題二「 $30 \div 0.3$ 」？

① 乘除互逆的概念

② 倍數概念

③ 把小數換成整數來想

④ 其他(請說明) \_\_\_\_\_

五、

完成下表，並比較小數除法中，商和被除數的關係：

被除數	1.8	2.7	1.5	2.1
除數	1.5	0.9	1	0.3
商	①	②	③	④

- ( ) 由上述題意，您認為本題可以測得下列哪一個概念？
- ①被除數 = 除數 × 商，當被除數相同時，除數與商成反比
  - ②除數在 >1、=1 或 <1 時，觀察商與被除數的大小變化
  - ③經由整數除法延續至小數除法，得知「除法會使結果變小」的概念
  - ④其他(請說明)\_\_\_\_\_

六、

「花生油 23.6 公升，每 1.4 公升裝一瓶，問可以裝多少瓶？」老師請兩位同學上台列出算式，分別是：

算式一： $23.6 \div 1.4 = 16 \cdots 1.2$       算式二： $236 \div 14 = 16 \cdots 12$

- ( ) 1. 為什麼算式一與算式二的商都是 16，而餘數卻不同？
- ①算式二省略小數點，以整數相除
  - ②算式一和算式二的單位不同
  - ③餘數不可以比除數大
  - ④其他(請說明)\_\_\_\_\_
- ( ) 2. 「列出算式二的同學說：『因為  $23.6 \div 1.4 = \frac{236}{10} \div \frac{14}{10} = 236 \div 14$ ，所以可以裝成 16 瓶，剩下 12 公升。』」請問您認為學生答案『剩下 12 公升』是正確的嗎？為什麼？
- ①正確。 $\frac{236}{10} \div \frac{14}{10} = 236 \div 14$  是合理的運算式子
  - ②不正確。明顯看出剩下的 12 公升可以繼續以 1.4 公升分裝很多瓶
  - ③不正確。因為在  $\frac{236}{10} \div \frac{14}{10}$  中，單位已經變成 236 個 0.1 單位，14 個 0.1 單位
  - ④其他(請說明)\_\_\_\_\_

七、

「 $\square \div 1.04 = 1.7 \cdots 0.12$  直式紀錄求出  $\square$ ，並驗算」安安的计算過程如下：

直式紀錄	驗算
$\begin{array}{r} 1.04 \\ \times 1.7 \\ \hline 728 \\ 104 \\ \hline 1.768 \\ +0.12 \\ \hline 1.888 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.8 \\ 1.04 \overline{)1.888} \\ \underline{104} \\ 848 \\ \underline{832} \\ 0.016 \end{array}$

( ) 1.請問這個題目「 $\square \div 1.04 = 1.7 \cdots 0.12$ 」哪裡不正確？

- ①原題目的算式有誤
- ②驗算時沒有除盡
- ③在直式紀錄部分，小數點的位置要對齊
- ④其他(請說明)\_\_\_\_\_

2.您會如何修正原來的題目？

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

八、

一個小蛋糕重 720 公克，一個大蛋糕重 1080 公克，問一個大蛋糕的重量相當於 ( ) 個小蛋糕的重量？(請以小數表示)

( ) 您認為學童在解題時最容易出現下列哪一個問題？

- ①將先出現的數當作被除數，後出現的數當作除數
- ②認為蛋糕是圓的，無法切割
- ③不清楚「相當於」的意義
- ④其他(請說明)\_\_\_\_\_

九、

「有 35.14 公斤的米，每 7 公斤裝成一袋，共可以裝滿幾袋？剩下多少公斤的米？」下面有 3 位同學的做法，請你勾選誰做對或做錯，**如果做錯了請寫出為什麼你知道他算錯了。**

<p><u>小美</u>的做法：</p> $\begin{array}{r} 5 \\ 7 \overline{)35.14} \\ \underline{35} \\ 14 \end{array}$ <p>答：5 袋，剩下 14 公斤</p>	<p><u>明穎</u>的做法：</p> $\begin{array}{r} 5 \\ 7 \overline{)35.14} \\ \underline{35} \\ 0.14 \end{array}$ <p>答：5 袋，剩下 0.14 公斤</p>	<p><u>佑成</u>的做法：</p> $\begin{array}{r} 5.02 \\ 7 \overline{)35.14} \\ \underline{35} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$ <p>答：5.02 袋，剩下 0 公斤</p>
<p><u>小美</u>做（對、錯） 因為</p>	<p><u>明穎</u>做（對、錯） 因為</p>	<p><u>佑成</u>做（對、錯） 因為</p>

由上述題意，您認為本題可以測得什麼概念？

---



---



---

十、

舞蹈社團在今年九月代表學校參加舞蹈比賽，老師用長 8 公尺 64 公分的緞帶製作蝴蝶結道具，每一個蝴蝶結道具需要 36 公分長的緞帶。請問可以做多少個蝴蝶結？(請以公尺為單位計算)

- ( ) 老師在「二階單位與小數除法」單元小考中，出了上述的問題，請問這個題目適合評量小朋友是否學會「二階單位與小數除法」中的概念嗎？
- ①適合，題目中將長度單位設定為公尺，能運用小數除法
- ②不適合，題目中將長度單位設定為公尺，便僅有一階單位
- ③不適合，題目中的數字是整數，只能做整數除法運算
- ④其他(請說明)\_\_\_\_\_

十一、

- (1)茶葉 0.6 公斤，每 0.2 公斤裝成一包。最多可裝成幾包？
- (2)昆明早上喝了 0.5 公升開水，瑄瑄喝了 0.6 公升。昆明和瑄瑄一共喝了幾公升的水？
- (3)平行四邊形土地一塊，面積是 5.565 平方公尺，底是 3.5 公尺，高是多少公尺？
- (4)善安家到學校的距離是 324 公尺，其中石子路段是全部路長的 0.01 倍，請問石子路段有多少公尺長？

( ) 1.例題(1)的教學重點為何？

- ①一位小數的加法  
②一位小數的乘法  
③一位小數的除法  
④其他(請說明)\_\_\_\_\_

( ) 2.例題(2)的教學重點為何？

- ①一位小數的加法  
②單位小數的整數倍  
③小數的合成與分解  
④其他(請說明)\_\_\_\_\_

( ) 3.例題(3)的教學重點為何？

- ①幾何圖形面積的應用  
②二位小數的除法  
③三位小數除以一位小數  
④其他(請說明)\_\_\_\_\_

( ) 4.例題(4)的教學重點為何？

- ①結合小數的乘除法運算  
②整數的二位小數倍  
③除數為小數的除法運算  
④其他(請說明)\_\_\_\_\_

5.請問您會如何安排上述 4 題的教學先後順序？(請用 1、2、3、4 表示)

\_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_

十二、

礦泉水5.2公升，每1.5公升裝成一瓶。最多可裝幾瓶？  
剩下多少公升？

可裝3瓶1.5公升的礦泉水，剩下……

算式中的7是什麼意思？

(圖片取自翰林版)

( ) 1.請問算式中的7代表？

① 0.07

② 0.7

③ 7

④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_

2.您會如何協助學生了解上圖中「7」的意義？

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

十三、

「5.952 公尺的緞帶，1.6 公尺剪成一段，全部剪完，相當於剪成多少段？」

【做法一】	【做法二】	【做法三】
$\begin{array}{r} 3.72 \\ 1.6 \overline{) 5.9.52} \\ \underline{48} \\ 115 \\ \underline{112} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3.72 \\ 1.60 \overline{) 5.95.2} \\ \underline{480} \\ 1152 \\ \underline{1120} \\ 320 \\ \underline{320} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3.72 \\ 1.600 \overline{) 5.952} \\ \underline{4800} \\ 11520 \\ \underline{11200} \\ 3200 \\ \underline{3200} \\ 0 \end{array}$

上述三個做法中，何者是正確的，請在□打勾(可複選)。

做法一

做法二

做法三

皆不正確(請說明)\_\_\_\_\_

十四、

「一袋花生重 12 公斤，每 1.8 公斤裝成一包，可裝成幾包，剩下多少公斤？」  
 小新的算法：

【步驟一】	【步驟二】	
12 公斤是 120 個 0.1 公斤	$120 \div 18 = 6 \cdots 12$	$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \overline{)120} \\ \underline{108} \\ 12 \end{array}$
1.8 公斤是 18 個 0.1 公斤		
所以 $12 \div 1.8 = 120 \div 18$		

答：可裝成 6 包，剩下 12 公斤

- ( ) 1. 由步驟一，您認為小新的想法是什麼？
- ① 單位皆改成 0.1 公斤
  - ② 因為  $12 > 1.8$ ，所以 12 是被除數，1.8 是除數
  - ③ 「 $12 \div 1.8$ 」和「 $120 \div 18$ 」的商數和餘數都不變
  - ④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_
- ( ) 2. 由步驟二，您認為小新的做法哪裡錯誤？
- ① 剩下的「12」還可以繼續除
  - ② 餘數不可以比商數大
  - ③ 沒有注意餘數的單位
  - ④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_

十五、

一疊白紙有 160 張，疊起來有 1.8 公分高，平均一張紙厚度是多少公分？

- ( ) 部分學童會以「 $160 \div 1.8 = ( )$ 」來解題，請問您認為學生為什麼會這麼算？
- ① 習慣用「大的數除以小的數」
  - ② 題目是問幾公分，所以把 1.8 放在除數
  - ③ 「 $1.8 \div 160$ 」比較困難
  - ④ 其他(請說明)\_\_\_\_\_

十六、

下面是某位小朋友的作答情形：

「一袋米重 42.18 公斤，每 6 公斤裝成一包，最多可以裝滿幾包？剩下幾公斤？」 $42.18 \div 6 = 7.03$ 答：最多可裝 7 包，剩下 0.03 公斤	$\begin{array}{r} 7.03 \\ 6 \overline{)42.18} \\ \underline{42} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$
--	---

- ( ) 1. 這位小朋友的想法哪裡錯誤？
- ①  $42.18 \div 6 = 7.03$

②答：剩下 0.03 公斤

③直式紀錄解題過程中，0.18 的「0.」省略不寫

④其他(請說明)\_\_\_\_\_

2.根據題意，您會如何導正他的想法？

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

十七、

下方為「 $12.85 \div 7.4 = ( )$ 」的直式記錄過程：

<p>甲算式</p> $\begin{array}{r} 1.73 \\ 7.4 \overline{) 12.8.5} \\ \underline{74} \phantom{0} \\ 545 \\ \underline{518} \\ 270 \\ \underline{222} \\ 0.048 \end{array}$	<p>乙算式</p> $\begin{array}{r} 1.73 \\ 7.4 \overline{) 12.8.5} \\ \underline{74} \phantom{0} \\ 545 \\ \underline{518} \\ 270 \\ \underline{222} \\ 0.048 \end{array}$	<p>丙算式</p> $\begin{array}{r} 1.73 \\ 7.4 \overline{) 12.8.5} \\ \underline{74} \phantom{0} \\ 545 \\ \underline{518} \\ 270 \\ \underline{222} \\ 0.048 \end{array}$
--	--	--

( ) 1.甲算式中，「被除數 12.85 轉換為 128.5，除數 7.4 轉換為 74」的數學意義為何？

①將除數變為整數，便於計算

②「 $12.85 \div 7.4$ 」和「 $128.5 \div 74$ 」的商數和餘數都不變

③將被除數和除數的單位改成 0.1

④其他(請說明)\_\_\_\_\_

2.進行小數除法時，如乙算式，被除數 128.5 的小數點及商 1.73 的小數點對齊，原被除數 12.85 的小數點與 0.048 的小數點對齊，您認為這個算法代表的理由是什麼？

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

( ) 3.如丙算式，請說明兩箭頭所指之處，請問「545」代表什麼？「270」代表什麼？

①「545」代表 545 個 1，「270」代表 270 個 0.1

②「545」代表 545 個 0.1，「270」代表 270 個 0.01

③「545」代表 545 個 0.01，「270」代表 270 個 0.001

④其他(請說明)\_\_\_\_\_

問卷到此結束，衷心感謝您的支持！

請您檢查是否有漏答或填答不完整的部分，再次感謝您。